

## חזרה על מושגים בסיסיים

- חצי צירוף
- צמצום ע"י חצי צירוף
- מח"צ (מצומצמי חצי צירוף)
- מ"צ (מצומצמי צירוף)
- הרדוקציה של GYO
- יחסים עם סכמות חסרות מעגלים

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

2

## הרצאה 2

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

1

## צמצום ע"י חצי צירוף

- הגדרה: צמצום R ע"י חצי צירוף עם S היא הפעולה  $R \leftarrow R \bowtie S$
- כלומר, מחיקת כל הרשומות ב-R שלא ניתן לצרף לאף רשומה ב-S

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

4

## חצי צירוף $R \bowtie S$

- הגדרה: חצי צירוף (semi-join) של R לפי S, שסימונו  $R \bowtie S$ , הוא פעולה שתוצאתה שווה ל- $R \bowtie S = \pi_R(R \bowtie S)$
- כלומר, התוצאה היא תת קבוצה של R שמכילה את כל הרשומות (של R) שניתן לצרף לרשומה אחת לפחות של S
- הערה: R מציין גם את היחס עצמו (כלומר, קבוצת הרשומות שלו) וגם את קבוצת האטריבוטים שלו, לפי ההקשר

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

3

## ובמקרה של מספר כלשהו של יחסים

- הגדרה: היחסים  $R_1, \dots, R_k$  הינם מח"צ אם כל שניים הינם מח"צ

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

6

## יחסים מצומצמי חצי צירוף

- הגדרה: יחסים R ו-S הינם מח"צ (מצומצמי חצי צירוף), ובאנגלית semi-join reduced, אם  $S \bowtie R = S$  וגם  $R \bowtie S = R$
- או באופן שקול  $\pi_{R \cap S}(R) = \pi_{R \cap S}(S)$
- כלומר, לכל רשומה באחד משני היחסים, יש ביחס השני לפחות רשומה אחת עם אותם ערכים בעמודות המשותפות לשני היחסים

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

5

## תרגיל 10 (מהרצאה 1)

• הוכיחו הטענה מסוף השקף הקודם, כלומר לכל  $i$  תמיד מתקיים

$$R_i \supseteq \pi_{R_i}(R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k)$$

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

8

## יחסים מצומצמי צירוף

• הגדרה: היחסים  $R_1, \dots, R_k$  הינם מ"צ (מצומצמי צירוף), ובאנגלית join reduced, אם לכל  $1 \leq i \leq k$  מתקיים השוויון הבא

$$R_i = \pi_{R_i}(R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k)$$

• שימו לב שתמיד מתקיימת ההכלה  $\supseteq$

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

7

AB 11✓  
BC 22X  
13✓  
ABC  
113  
L  
L

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

10

## תרגיל 10 – פתרון

- רשומה  $t$  מעל קבוצת האטריבוטים  $U_{i=1}^k R_i$  שייכת לתוצאת הצירוף  $R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k$  אם ורק אם לכל  $i$  מתקיים  $\pi_{R_i}(t) \in R_i$
- אם התנאי מתקיים אז ברור שצירוף ההטלות של  $t$  מייצר את  $t$  עצמה
- אם התנאי אינו מתקיים, אז  $t$  לא יכולה להיות בצירוף, כי  $t$  יכולה להתקבל רק מצירוף ההטלות שלה על הסכמות הנתונות
- מהאפיון הנ"ל של תוצאת הצירוף נובע שההכלה מתקיימת

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

9

## תרגיל 11 – פתרון

- נניח שיש זוג  $R_i$  ו- $R_j$  שאינם מ"צ ונראה ש- $R_1, \dots, R_k$  אינם מ"צ
- לפי ההנחה באחד משני היחסים, נניח  $R_i$ , יש רשומה  $t$  שאינה שווה על העמודות המשותפות ( $R_i \cap R_j$  קרי,  $R_i$  ח  $R_j$ ) לאף רשומה ב- $R_j$
- לכן  $t$  אינה חלק מאף רשומה של הצירוף  $R_i \bowtie R_j$
- לפיכך,  $t$  אינה חלק מאף רשומה של  $R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k$
- כלומר, השוויון  $R_i = \pi_{R_i}(R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k)$  אינו מתקיים ולכן היחסים  $R_1, \dots, R_k$  אינם מ"צ

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

12

## תרגיל 11 (מהרצאה 1)

- הוכיחו הטענה הבאה
- טענה: אם היחסים  $R_1, \dots, R_k$  הינם מ"צ אז הם גם מ"צ
- הכיוון ההפוך אינו בהכרח נכון

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

11

### הוכחת החלק הראשון

- מספיק לבצע  $R_1 \leftarrow R_1 \bowtie R_2$  ואח"כ  $R_2 \leftarrow R_2 \bowtie R_1$
- אחרי הפעולה הראשונה מתקיימת ההכלה  $\pi_{R_1 \cap R_2}(R_1) \subseteq \pi_{R_1 \cap R_2}(R_2)$
- ואחרי הפעולה השנייה מתקיימת הכלה בכיוון ההפוך
- בנוסף חשוב לציין שהפעולה השנייה אינה הורסת את ההכלה הראשונה, כי פעולה זו מוחקת מ- $R_2$  רק רשומות  $t$ , כך של- $t$  אין אף רשומה ב- $R_1$  ששווה לה על העמודות המשותפות (קרי, העמודות של  $R_1 \cap R_2$ )

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

14

### המקרה המיוחד שיש רק שני יחסים

- אם  $k=2$ , כלומר היחסים הם  $R_1$  ו- $R_2$ , אז מספיקות שתי פעולות חצי צירוף, כדי להביא היחסים למצב של מח"צ
- כמו כן, במקרה זה מח"צ  $\Rightarrow$  מח"צ
- נוכיח זאת

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

13

### הרדוקציה של GYO

- הרדוקציה של GYO מתבצעת על הסכמות של היחסים
- תזכורת: הסכמה של יחס היא קבוצת האטריבוטים של היחס
- ברדוקציה שני כללי מחיקה
- מוחקים אטריבוט בודד (קרי, שמופיע רק בסכמה אחת)
- מוחקים סכמה שמוכלת בסכמה אחרת
- מפעילים הכללים שוב ושוב עד שאי אפשר להפעילם יותר

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

16

### הוכחת החלק השני

- אם  $R_1$  ו- $R_2$  הם מח"צ, אז נובע שכל הרשומות משתתפות בצירוף  $R_1 \bowtie R_2$
- לכן,  $R_1$  ו- $R_2$  הם גם מח"צ

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

15

### תרגיל 12 (מהרצאה 1)

- מהו זמן החישוב של הרדוקציה של GYO?
- הקלט הוא הסכמות בלבד (כלומר, קבוצות של אטריבוטים), בלי היחסים עצמם

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

18

### יחסים חסרי מעגלים

- הגדרה: היחסים  $R_1, \dots, R_k$  הינם בעלי סכמות חסרות מעגלים אם הרדוקציה של GYO מוחקת הכול
- הערה: בקיצור (אבל בצורה לא מדויקת) נאמר שהיחסים חסרי מעגלים אם הסכמות שלהם חסרות מעגלים

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

17

## האלגוריתם של יאנקאקיס

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

20

## תרגיל 12 – פתרון

- נגדיר את הגודל של סכמה להיות מספר האטריבוטים שלה
- מספר ההפעלות של הכללים הוא לכל היותר כגודל הקלט, כי הפעלה בודדת של אחד הכללים מקטינה את סכום הגדלים של הסכמות לפחות באחד
- בדיקה (בדרך פשוטה) האם אפשר להפעיל את אחד הכללים דורשת לכל היותר זמן ריבועי בגודל הקלט
- שיטה מתוכנמת יותר דורשת פחות זמן – כמה?
- לכן, הזמן הכולל הוא  $O(n^3)$ , כאשר  $n$  הוא גודל הקלט

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

19

## האתחול

- היחסים חסרי מעגלים ולכן הרדוקציה של GYO מוחקת הכול
- בונים עץ (במקרה הכללי, יער) מכוון לפי רדוקציה זו באופן הבא
- אם  $R_i$  (או החלק שנותר ממנו לאחר מחיקת אטריבוטים בודדים) נמחק בגלל הכלה ב-  $R_j$  אז  $R_i$  הינו ילד של  $R_j$
- יצירת העץ (או היער) היא פולינומיאלית בגודל הסכמות בלבד (ולא בגודל היחסים) ולכן נתעלם מהזמן הדרוש לכך
- הערה: בדרך"כ יש יותר מדרך אחת להפעיל הרדוקציה של GYO ולכן יש יותר מאפשרות אחת לייצר עץ

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

22

## האלגוריתם של יאנקאקיס

- אלגוריתם זה מחשב את הצירוף של יחסים חסרי מעגלים בזמן פולינומיאלי טוטאלי (כלומר, פולינומיאלי בגודל הקלט והפלט)
- מעתה  $R_1, \dots, R_k$  הם יחסים חסרי מעגלים, אלא אם כן נאמר במפורש אחרת
- האלגוריתם מחשב את  $R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k$

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

21

## תרגיל 1

- הראו שהבנייה מהשקף הקודם מייצרת יער מכוון, כלומר מספר עצים מכוונים שאינם מחוברים זה לזה (קרי, ללא צומת משותף)
- בפרט, הראו שלשני עצים שונים אין אף אטריבוט משותף
- להזכירכם, הגדרה של עץ מכוון אומרת
- יש צומת יחיד שהוא השורש
- ולכל צומת יש מסלול יחיד מהשורש אליו
- מהגדרה זו נובע שבעץ אין מעגל מכוון

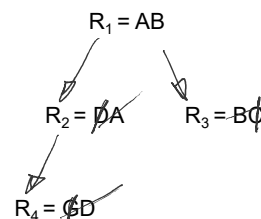
29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

24

## דוגמה

צלע בעץ היא מהורה לילד



29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

23

## זמן החישוב הכולל

- **טענה:** אם עבור כל עץ מחשבים את הצירוף הטבעי בזמן פולינומיאלי טוטאלי, אז האלגוריתם כולו (קרי, יחד עם המכפלה הקרטזית של התוצאות המתקבלות עבור העצים) רץ בזמן פולינומיאלי טוטאלי

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

26

## הנחה

- אנו נניח שנוצר עץ יחיד
- אם נוצרים מספר עצים, אז הצירוף הטבעי של כל היחסים מתקבל באופן הבא
  - מחשבים את תוצאת הצירוף הטבעי עבור כל עץ בנפרד
  - מבצעים מכפלה קרטזית של כל התוצאות
- זה הרעיון הכללי
- הפרטים המלאים מפורטים בשקפים הבאים

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

25

## הערה

- ראינו בהרצאה 1 שהזמן לחישוב מכפלה קרטזית הוא פולינומיאלי בגודל הפלט + הזמן לבדוק שהפלט אינו יחס ריק
- אם הקלט הוא היחסים שצריך לבצע מכפלה קרטזית שלהם, אז הפלט הוא יחס ריק אם ורק אם אחד היחסים של הקלט הוא ריק וקל לבדוק זאת בזמן לינארי בגודל הקלט
- אבל במקרה שלנו המכפלה הקרטזית היא של יחסים שהגודל של לפחות חלק מהם יכול להיות אקספוננציאלי בגודל הקלט
- לכן, זה לא טריוויאלי לבדוק בזמן לינארי (או אפילו פולינומיאלי) בגודל הקלט האם אחד היחסים האלה הוא ריק

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

28

## הוכחת הטענה מהשקף הקודם

- בהרצאה 1 ראינו לגבי מכפלה קרטזית  $R_1 \times \dots \times R_k$  שאם אף יחס אינו ריק, אז
  - המכפלה הקרטזית גדולה לפחות כמו הקלט
  - זמן החישוב שלה פולינומיאלי בגודל הפלט בלבד
- לכן, בהנחה שעבור כל עץ, הצירוף אינו ריק
  - זמן החישוב עבור כל עץ בנפרד הוא פולינומיאלי בגודל הקלט והפלט הסופי (כי הוא גדול לפחות כמו הפלט עבור כל עץ בנפרד)
  - זמן הריצה הכולל הוא סכום של פולינומים בגודל הקלט והפלט, כלומר פולינומיאלי טוטאלי
  - חשוב לציין שמספר הפולינומים בסכום זה הוא לכל היותר כמספר היחסים (כלומר, לכל היותר כגודל הקלט)

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

27

## הערה

- שימו לב שחייבים לבדוק (בזמן פולינומיאלי בגודל הקלט בלבד) עבור כל אחד מהעצים, האם התוצאה שלו ריקה, לפני שמתחילים בחישוב הצירוף עבור כל עץ
- כי עבור עץ שתוצאתו אינה ריקה, החישוב עלול לקחת זמן אקספוננציאלי בגודל הקלט
- ואם בהמשך נגלה שיש עץ אחר שעבורו התוצאה ריקה, אז החישוב כולו לא יהיה פולינומיאלי בגודל הקלט והפלט

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

30

## המשך ההוכחה

- כדי שהטענה תישאר נכונה במקרה הכללי (כלומר גם כאשר התוצאה הסופית היא יחס ריק), צריך להראות שאפשר לבדוק בזמן פולינומיאלי בגודל הקלט בלבד האם הצירוף עבור עץ בודד הינו ריק
- כשנראה זאת, אז אלה יהיו שלבי החישוב
  - תחילה בודקים עבור כל עץ בנפרד בזמן פולינומיאלי בגודל הקלט בלבד, האם תוצאת הצירוף ריקה
  - אם יש עץ שעבורו התוצאה ריקה, אז הפלט הוא יחס ריק
  - אם אין עץ כזה, אז מחשבים הצירוף עבור כל עץ בנפרד ולאחר מכן מבצעים המכפלה הקרטזית של כל התוצאות

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

29

### שלושת שלבי האלגוריתם

1. (צמצום ע"י) חצי צירוף במעלה העץ
2. (צמצום ע"י) חצי צירוף במורד העץ
3. צירוף במעלה העץ

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

32

### האלגוריתם של יאנקאקיס (לחישוב הצירוף של עץ בודד)

- כאמור, אנו מניחים שהבנייה לפי הרדוקציה של GYO מייצרת עץ בודד
- הקלט הוא עץ זה, כאשר בכל צומת נמצא היחס עצמו (קרי, קבוצת הרשומות שלו) ולא רק הסכמה

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

31

### חצי צירוף במורד העץ

- מצמצמים כל צומת בעץ ע"י חצי צירוף עם ההורה שלו באופן הבא:
  1. מסמנים את השורש
  2. אם S אינו מסומן וההורה שלו R מסומן, אז מבצעים  $S \leftarrow S \times R$
  - ומסמנים את S
  3. חוזרים על צעד 2 כל עוד הדבר אפשרי

שימו לב שהתהליך מסתיים רק כאשר כל הצמתים מסומנים

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

34

### חצי צירוף במעלה העץ

- מצמצמים כל צומת בעץ ע"י חצי צירוף עם כל אחד מהילדים שלו באופן הבא:
  1. מסמנים את כל העלים
  2. אם R צומת שכל ילדיו  $S_1, S_2, \dots, S_h$  מסומנים והוא עצמו אינו מסומן, אז מבצעים  $R \leftarrow R \times S_1, R \leftarrow R \times S_2, \dots, R \leftarrow R \times S_h$
  - ובסיום מסמנים את R
  3. חוזרים על צעד 2 כל עוד הדבר אפשרי

שימו לב שהתהליך מסתיים רק כאשר כל הצמתים מסומנים

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

33

### דוגמה

- ייצרו דוגמה של חישוב ע"י האלגוריתם

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

36

### צירוף במעלה העץ

- כל עוד יש בעץ עלה S שאיננו גם השורש, אז מחליפים את ההורה R של S בתוצאת הצירוף  $R \leftarrow R \bowtie S$
- ומוחקים את S מהעץ
- היחס המתקבל בסיום (בצומת הבודד שנשאר) הוא תוצאת הצירוף  $R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k$

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

35

## שאלה

- נניח שיש מעגלים בסכמות של היחסים וקובעים את העץ באופן שרירותי
- האם האלגוריתם נכון, כלומר מייצר התוצאה הנכונה?
- כן, הוכחת הנכונות בשקף הקודם אינה משתמשת בעובדה שהעץ נוצר מיחסים חסרי מעגלים ע"י הרדוקציה של GYO
- אבל זמן הריצה אינו בהכרח פולינומיאלי טוטאלי

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

38

## האלגוריתם נכון

- טענה: האלגוריתם מחשב את  $R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k$
- ההוכחה נובעת משתי העובדות הבאות:
  - צמצום ע"י חצי צירוף (בין  $R_i$  ו- $R_j$  כלשהם) מוחק רק רשומות שאינן משתתפות בצירוף  $R_k \bowtie \dots \bowtie R_1$ , גם אם עושים פעולות צמצום ע"י חצי צירוף שוב ושוב
  - פעולת הצירוף היא קומוטטיבית ואסוציאטיבית ולכן הסדר של פעולות הצירוף אינו חשוב
- עובדה זו נובעת מהאפיון של צירוף שניתן בפתרון של תרגיל 10

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

37

## הוכחת למה 1 (שלב 1)

- תחילה נראה שבסיום שלב 1, לכל הורה  $R$  וילד  $S$  מתקיים  $\pi_{RNS}(R) \subseteq \pi_{RNS}(S)$
- ברור שזה מתקיים מיד לאחר ביצוע  $R \leftarrow R \bowtie S$
- ההכלה ממשיכה להתקיים בהמשך, עד סיום שלב 1, כי
  - רק עשוי לאבד עוד רשומות בגלל צמצום ע"י חצי צירוף עם ילדים אחרים
  - לאחר שצומת מסומן, הוא אינו משתנה יותר במהלך שלב 1 ולכן
  - $R$  אינו משתנה (עד לסיום שלב 1) לאחר שהצמצום שלו לפי הילדים מסתיים
  - כל הילדים של  $R$  מסומנים כשמתחיל הצמצום שלו ולכן הם לא ישתנו מהרגע שמתחיל הצמצום של  $R$  ועד סיום שלב 1

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

40

## בסיום השלב השני, כל הורה וילד הם מח"צ (מצומצמי חצי צירוף)

- למה 1: בסיום שלב 2 כל הורה  $R$  וילד  $S$  הם מח"צ, כלומר  $S \bowtie R = S$  וגם  $R \bowtie S = R$

או באופן שקול

$$\pi_{RNS}(R) = \pi_{RNS}(S)$$

• בפרט, בסיום שלב 1:  $\pi_{RNS}(R) \subseteq \pi_{RNS}(S)$ • ובסיום שלב 2:  $\pi_{RNS}(R) \supseteq \pi_{RNS}(S)$ 

• ושלב 2 אינו מקלקל ההכלה שנוצרה בשלב 1

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

39

## הוכחת למה 1 (שלב 2, המשך)

- כאשר משנים את  $S$ , מוחקים ממנו רק רשומות שאין להן רשומות תואמות (קרי, עם אותם ערכים על האטריבוטים המשותפים) ב- $R$
- לפיכך, ההכלה  $\pi_{RNS}(R) \subseteq \pi_{RNS}(S)$  משלב 1 ממשיכה להתקיים גם מיד לאחר שמבצעים הפעולה  $S \leftarrow S \bowtie R$
- מכיוון שהפעולה  $S \leftarrow S \bowtie R$  מייצרת הכלה בכיוון ההפוך, מיד לאחריה נוצר שוויון
- השוויון נשמר, כי יותר לא משנים את  $R$  או את  $S$

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

42

## הוכחת למה 1 (שלב 2)

- בשלב 2, לכל הורה  $R$  וילד  $S$  מתקיים

$$\pi_{RNS}(R) \supseteq \pi_{RNS}(S)$$

מיד לאחר ביצוע  $S \leftarrow S \bowtie R$ 

- ההכלה בכיוון ההפוך התקיימה בסוף שלב 1 וממשיכה להתקיים לפחות עד שמשנים את  $S$ , כי שלב 2 רק יכול למחוק רשומות מהיחס  $R$  בטרם מגיעים לצמצום של  $S$

- השקף הבא מסביר מדוע שתי ההכלות ממשיכות להתקיים עד סיום שלב 2

29 בפברואר, 2016

הרצאה 2

41

## תרגיל 3

- הראו שלמה 1 נכונה גם אם היחסים מעגליים (קרי, בעלי סכמות מעגליות) והעץ נקבע באופן שרירותי

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

44

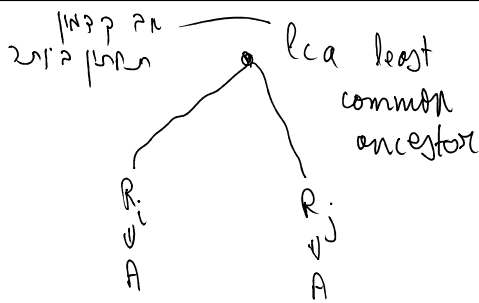
## תרגיל 2

- הראו שאם עושים תחילה חצי צירוף במורד העץ ואח"כ חצי צירוף במעלה העץ (כלומר, מחליפים הסדר של שני השלבים הראשונים), אז למה 1 איננה נכונה (אפילו אם היחסים חסרי מעגלים)

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

43



29 פברואר, 2016

הרצאה 2

46

## תכונת המופע הרציף

- הגדרה: תכונת המופע הרציף פירושה שאם לשני יחסים  $R_i$  ו- $R_j$  בעץ יש אטריבוט משותף  $A$ , אז  $A$  מופיע גם בכל יחס על המסלול הלא מכוון הקצר ביותר שמחבר את  $R_i$  ו- $R_j$

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

45

## במהלך שלב 3 נשמרת התכונה שכל הורה וילד הם מח"צ

- למה 1 הראתה שבסיום שלב 2, כל הורה  $R$  וילד  $S$  הם מח"צ, כלומר  $\pi_{RNS}(R) = \pi_{RNS}(S)$
- למה 2: השוויון  $\pi_{RNS}(R) = \pi_{RNS}(S)$  ממשיך להתקיים לכל הורה  $R$  וילד  $S$  במהלך השלב השלישי
- ההוכחה מתבססת על כך שתכונת המופע הרציף מתקיימת בעץ במהלך כל השלב השלישי
- תרגיל 4 מוכיח תכונה זו רק עבור העץ המקורי, כפי שהוא קיים בתחילת השלב השלישי, אבל קל להראות שהיא מתקיימת במהלך כל השלב השלישי

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

48

## תרגיל 4

- הראו שאם היחסים חסרי מעגלים והעץ נבנה לפי הרדוקציה של GYO, אז הוא מקיים את תכונת המופע הרציף

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

47

## תרגיל 5

- הראו ע"י דוגמה שאם עץ אינו מקיים תכונת המופע הרציף (למשל, עץ שנבנה בצורה שרירותית עבור יחסים שאינם חסרי מעגלים), אז למה 2 לא בהכרח מתקיימת

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

50

## מסקנה מלמה 2

- במהלך כל הצירופים של שלב 3, אף רשומה אינה הולכת לאיבוד
- לפיכך, תוצאות ביניים רק הולכות וגדלות
- בפרט, אף תוצאת ביניים אינה גדולה יותר מהתוצאה הסופית

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

49

## תרגיל 7

- חשבו את זמן הריצה של האלגוריתם של יאנקאקיס כפולינום של הקלט והפלט
- לא לשכוח את המחיר של שני השלבים הראשונים
- זכרו שהקלט הוא העץ, כאשר כל צומת היא אחד היחסים
- וודאו שזמן הריצה שמצאתם הינו נכון גם אם תוצאת הצירוף ריקה

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

52

## תרגיל 6

- איך בודקים בזמן פולינומיאלי בגודל הקלט בלבד האם תוצאת הצירוף עבור העץ אינה ריקה?

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

51

## תרגיל 9

- הראו שהתוצאה של הרדוקציה של GYO אינה תלויה בסדר שבו מפעילים את כללי המחיקה (במצבים שבהם יש מספר אפשרויות להפעילים)

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

54

## תרגיל 8

- הוכיחו את למה 2

29 פברואר, 2016

הרצאה 2

53

### תרגיל 10

- מלמה 2 נובע שבסיום שני השלבים הראשונים, היחסים הם מ"צ
- לכן, כל שניים (ולא רק הורה וילד) הם מח"צ
- האם זה נכון גם במקרה של יחסים עם מעגלים, כאשר העץ נקבע באופן שרירותי?
- כמה פעולות חצי צירוף צריך כדי להביא k יחסים למצב שהם מח"צ? ענו עבור כ"א מהמקרים הבאים
- יחסים חסרי מעגלים
- יחסים כלשהם