

תרגיל 1

- הראו שהבנייה מהשקף הקודם מייצרת יער מכונן, כלומר מספר עצים מכונים שאינם מחוברים זה לזה (קרי, ללא צומת משותף)
- בפרט, הראו שלשני עצים שונים אין אף אטריבוט משותף
- להזכירכם, הגדרה של עץ מכונן אומרת
- יש צומת יחיד שהוא השורש
- ולכל צומת יש מסלול יחיד מהשורש אליו
- מהגדרה זו נובע שבעץ אין מעגל מכונן

SUR

2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהרצאה 2

2

פתרון תרגילים מהרצאה 2

2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהרצאה 2

1

אין אף אטריבוט שמופיע ביותר מעץ אחד

- נניח בשלילה שיש אטריבוט A שמופיע בשני עצים שונים
- בכל אחד מעצים אלה נסתכל על צומת שמכיל את A, כך שההורה שלו אינו מכיל את A או אינו קיים
- שני הצמתים שונים זה מזה כי העצים שונים
- אף אחד משני צמתים אלה אינו יכול להיות הראשון, כך שכולו נמחק או ש-A נמחק ממנו כאטריבוט בודד
- סתירה זו מראה שאין שני עצים שונים שמכילים אותו אטריבוט

2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהרצאה 2

4

הבנייה מייצרת עצים מכוננים וזרים זה לזה

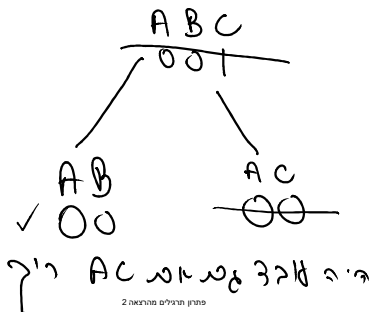
- זכרו שכיוון הצלעות הוא מהורה לילד
- לפי הבנייה, לכל צומת נכנסת לכל היותר צלע אחת בלבד
- צומת ללא צלע נכנסת היא שורש
- עץ ביער מורכב משורש ומכל הצמתים שיש אליהם מסלול משורש זה
- אם יש שני מסלולים משורש או משני שורשים שונים לצומת כלשהי, אז קיים צומת שיש לו שתי צלעות נכנסות, אבל זה בלתי אפשרי לפי הבנייה
- אם יש רכיב קשירות עם יותר מצומת אחד אבל ללא שורש, אז יש מעגל ולכן
- אפשר למצוא ילד והורה שלו, כך שההורה נמחק לפני הילד וזה בלתי אפשרי

2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהרצאה 2

3

דוגמה לעצ"ר



2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהרצאה 2

6

תרגיל 2

- הראו שאם עושים תחילה חצי צירוף במורד העץ ואח"כ חצי צירוף במעלה העץ (כלומר, מחליפים הסדר של שני השלבים הראשונים), אז למה 1 איננה נכונה (אפילו אם היחסים חסרי מעגלים)

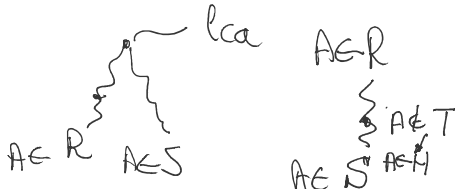
2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהרצאה 2

5

תרגיל 4

- הראו שאם היחסים חסרי מעגלים והעץ נבנה לפי הרדוקציה של GYO, אז הוא מקיים את תכונת המופע הרציף



2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהחורף 2

8

תרגיל 3

- הראו שלמה 1 נכונה גם אם היחסים מעגליים (קרי, בעלי סכמות מעגליות) והעץ נקבע באופן שרירותי
- תשובה: בהוכחה של למה 1 בהרצאה 2 לא השתמשנו בהנחה שהיחסים חסרי מעגלים
- לכן, הוכחה זו תקפה גם במקרה המתואר בשאלה

2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהחורף 2

7



2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהחורף 2

10

פתרון תרגיל 4

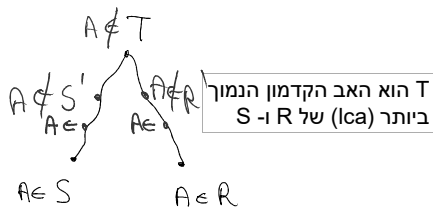
- תחילה נדון במקרה המיוחד שבו R הינו אב קדמון של S
- נתון שאטריבוט A שייך גם ל-R וגם ל-S
- נוכיח ש-A מופיע בכל צומת על המסלול הקצר ביותר מ-R ל-S
- נניח בשלילה שאין זה כך
- יהי T הצומת (קרי, היחס) הקרוב ביותר ל-S על המסלול הנ"ל שאינו מכיל את A
- לכן, ל-T יש ילד H שגם נמצא על מסלול זה (כי S מכיל את A)
- יתכן, אבל לא הכרחי, ש-H=S
- ראו ציור בשקף הבא

2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהחורף 2

9

הוכחת המקרה הכללי – הציור



2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהחורף 2

12

המשך הוכחת המקרה המיוחד

- לפי אופן בניית העץ, H נמחק בזמן הרדוקציה של GYO בגלל הכלה ב-T
- לא יתכן ש-A כבר לא היה ב-H בזמן מחיקה זו, כי A גם ב-R, שנמחק אחרי T (ולכן גם אחרי H)
- זו סתירה לכך ש-H נמחק בגלל T

2016, מרץ, 7

פתרון תרגילים מהחורף 2

11

במהלך שלב 3 נשמרת התכונה שכל הורה וילד הם מח"צ

- למה 1 הראתה שבסיום שלב 2, כל הורה R וילד S הם מח"צ, כלומר $\pi_{RNS}(R) = \pi_{RNS}(S)$
- למה 2: השוויון $\pi_{RNS}(R) = \pi_{RNS}(S)$ ממשיך להתקיים לכל הורה R וילד S במהלך השלב השלישי
- ההוכחה מתבססת על כך שתכונת המופע הרציף מתקיימת בעץ

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 2

14

הוכחת המקרה הכללי

- אם A ב-T, אז מוכיחים כמו במקרה המיוחד
- אם A אינו ב-T, אז חייבים להיות R' ו-S' על המסלולים מ-T ל-R ול-S, בהתאמה, כך שגם R' וגם S' אינם מכילים את A
- אפשר לבחור את R' ואת S' כך שהילדים שלהם, על מסלולים אלה, מכילים את A
- ברור שהילדים שלהם שונים מ-T ולכן גם שונים זה מזה
- במהלך הרדוקציה של GYO, אף אחד משני ילדים אלה אינו יכול להימחק (בגלל הכלה בהורה שלו) לפני השני
- כי A בשניהם אבל לא בהורים
- סתירה

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 2

13

תרגיל 6

- איך בודקים בזמן פולינומיאלי בגודל הקלט בלבד האם תוצאת הצירוף עבור העץ אינה ריקה?

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 2

16

תרגיל 5

- הראו ע"י דוגמה שאם עץ אינו מקיים תכונת המופע הרציף (למשל, עץ שנבנה בצורה שרירותית עבור יחסים שאינם חסרי מעגלים), אז למה 2 לא בהכרח מתקיימת

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 2

15

בהרצאה 3 הספקנו עד כאן

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 2

18

פתרון תרגיל 6

- תוצאת הצירוף ריקה אם ורק בסיום שני השלבים הראשונים יש צומת, כך שהיחס שלו ריק
- ולמעשה יש צומת כזה אם ורק אם כל היחסים בעץ ריקים
- הנכונות של תנאי זו נובעת מכך שבסיום שני השלבים הראשונים, היחסים הם מ"צ
- וכפי שנאמר בהרצאה 2, העובדה שהיחסים הם מ"צ בסיום שני השלבים הראשונים נובעת מלמה 2
- הסבירו כיצד נובעת מלמה 2 העובדה שהיחסים הם מ"צ בסיום שני השלבים הראשונים

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 2

17

תרגיל 8

- הוכיחו את למה 2

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהחצאה 2

20

תרגיל 7

- חשבו את זמן הריצה של האלגוריתם של יאנקאקיס כפולינום של הקלט והפלט
- לא לשכוח את המחיר של שני השלבים הראשונים
- זכרו שהקלט הוא העץ, כאשר כל צומת היא אחד היחסים
- וודאו שזמן הריצה שמצאתם הינו נכון גם אם תוצאת הצירוף ריקה

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהחצאה 2

19

תרגיל 10

- מלמה 2 נובע שבסיום שני השלבים הראשונים, היחסים הם מ"צ
- לכן, כל שניים (ולא רק הורה וילד) הם מח"צ
- האם זה נכון גם במקרה של יחסים עם מעגלים, כאשר העץ נקבע באופן שרירותי?
- כמה פעולות חצי צירוף צריך כדי להביא k יחסים למצב שהם מח"צ? ענו עבור כ"א מהמקרים הבאים
- יחסים חסרי מעגלים
- יחסים כלשהם

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהחצאה 2

22

תרגיל 9

- הראו שהתוצאה של הרדוקציה של GYO אינה תלויה בסדר שבו מפעילים את כללי המחיקה (במצבים שבהם יש מספר אפשרויות להפעילים)

7 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהחצאה 2

21