

תרגיל 1

- הראו שמספר המסלולים הפשוטים מ- s ל- t יכול להיות אקספוננציאלי בגודל הגרף

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

2

פתרון תרגילים מהרצאה 3

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

1

תרגיל 3 (הפתרון בהרצאה 4)

- האם בבעיה של מסלולים, אפשר לייצר אילוצי הכלה כך שלא יהיו בהכרח רישא של מסלול מ- s ל- t ?
- אם כן, פתרו את תרגיל 2 עבור מקרה זה

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

4

תרגיל 2 (הפתרון בהרצאה 4)

- נתון גרף G , צומת מקור s , צומת מטרה t , קבוצה I של אילוצי הכלה וקבוצה E של אילוצי הדחה
- איך מוצאים את המסלול הקצר ביותר שמקיים את האילוצים?
- כלומר, הפתרון צריך להכיל את כל הצלעות של I ואינו יכול להכיל אף צלע של E
- בפרט, האם יש אלגוריתם פולינומיאלי בגודל הגרף?
- שימו לב שגודלה של קבוצת אילוצים הוא לכל היותר כגודל הגרף

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

3

תרגיל 5

- שנו את האלגוריתם של יאנקאקיס כך שיחשב בזמן פולינומיאלי טוטאלי את ההטלה של צירוף חסר מעגלים, כלומר את
- $$\pi_X(R_1 \bowtie \dots \bowtie R_k)$$
- כאשר, היחסים חסרי מעגלים ו- X קבוצת אטריבוטים כלשהי
 - מצאו את זמן הריצה כפולינום של גודל הקלט d וגודל הפלט m

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

6

תרגיל 4 (הפתרון בהרצאה 4)

- שאלה זו דנה בבעיות חישוביות, שעבור קלט נתון, צריכות להדפיס מספר כלשהו של תשובות, שהגודל של כל אחת הוא פולינומיאלי בקלט
- נניח שלבעיה מסוג זה יש אלגוריתם שרץ עם השהייה פולינומיאלית
- האם בהכרח יש לבעיה זו גם אלגוריתם עם זמן ריצה פולינומיאלי טוטאלי?
- מה התשובה לגבי הכיוון ההפוך?
- הוכיחו תשובותיכם

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

5

תרגיל 5 - פתרון

- צריך ליישם את הכלל של ביצוע הטלה מוקדם ככל האפשר
- במקרה הנתון עושים זאת כך (במהלך השלב השלישי)
- לאחר כל צירוף, מבצעים הטלה על קבוצת אטריבוטים Y , כך ש-
 Y מכילה כל אטריבוט A של תוצאת הצירוף שמקיים:
 A שייך ל- X או A עדיין מופיע (לאחר הצירוף) ביותר מצומת אחד
- כמו כן, על כל יחס מקורי עושים אותה הטלה לפני שמתמשים בו בפעם הראשונה בפעולת צירוף. כלומר הטלה שמשאירה כל אטריבוט שלו ששייך ל- X או מופיע ביותר מיחס אחד של הקלט
- אפשר לעשות הטלה זו עוד לפני תחילת השלב הראשון
- ההוכחה בשקף 12 מסתמכת על כך שאומנם עושים הטלות אלה

פתרון תרגילים מהרצאה 3

7

תרגיל 5 – המשך הפתרון

- ההטלות שתוארו אינן פוגעות בתכונת המופע הרציף, שממשיכה להתקיים בכל מהלך השלב השלישי
- כי לא מוחקים אטריבוט שמופיע ביותר מצומת אחד
- לכן התכונה שכל הורה וילד הם מח"צ ממשיכה להתקיים במהלך כל השלב השלישי
- כלומר, כל פעולת צירוף מתבצעת בין שני יחסים שהם מח"צ
- ולכן, רשומות אינן נעלמות במהלך פעולות הצירוף
- האם תוצאות ביניים רק הולכות וגדלות?
- אנו מניחים שהתוצאה הסופית אמורה להיות ללא כפילויות, לפיכך מבטלים כפילויות לאחר כל פעולת הטלה
- נתחו זמן הריצה ללא הנחה זו

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

8

תרגיל 5 – המשך הפתרון

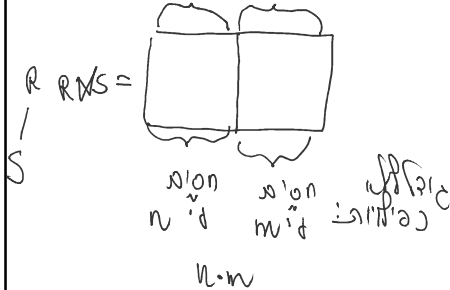
- נסתכל (בצירוף בשקף הבא) על תוצאת ביניים T שמתקבלת בצומת v של העץ מיד לאחר ביצוע צירוף $S \bowtie R$ ולפני ביצוע הטלה, ונחלק האטריבוטים של T לשתי קבוצות זרות:
 W מכילה כל האטריבוטים של T שמופיעים גם ב- X
 Z מכילה את כל האטריבוטים האחרים של T
- שימו לב שב- T אין כפילויות, מכיוון שהיא תוצאה של צירוף שני יחסים ללא כפילויות (כי הכפילויות בשני יחסים אלה בוטלו לפני הצירוף)

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

9

$$Z = (R \cup S) - W$$



28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

10

תרגיל 5 – המשך פתרון

- יהי m גודל התוצאה הסופית ויהי n גודל מקסימלי של יחס אחד מהקלט
- בגלל תכונת המופע הרציף, כל האטריבוטים של Z מופיעים ביחס המקורי R_j שהיה בצומת v לפני תחילת השלב השלישי (הוכחה מלאה בשקף הבא)
- לכן, ביחס T יכולות להיות מעל האטריבוטים של Z רק רשומות שהיו ביחס המקורי R_j
- הגודל הכולל של רשומות אלה, ללא כפילויות, הוא לכל היותר n
- בגלל שרשומות לא נעלמות במהלך ביצוע הצירופים,
- ביחס T יכולות להיות מעל האטריבוטים של W רק רשומות שמופיעות בתוצאה הסופית מעל אטריבוטים אלה
- הגודל הכולל של רשומות אלה, ללא כפילויות, הוא לכל היותר m
- לכן, גודלו של T הוא לכל היותר $m \cdot n$, כי ב- T אין כפילויות
- זהו גם חסם על גודל היחס המקורי בכל עלה, בתחילת השלב השלישי

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

11

הוכחת טענה מהשקף הקודם

- טענה: כל האטריבוטים של Z מופיעים ביחס המקורי R_j שהיה בצומת v לפני תחילת השלב השלישי
- נניח בשלילה שאטריבוט A מפר את הטענה ונבחן את העץ מיד לפני ביצוע $S \bowtie R$
- אטריבוט A מופיע לפחות בשני צמתים, כי אינו ב- X (לפי הגדרת Z) וטרם בוצעה הטלה שמוחקת אותו
- מקרה 1: A אינו ב- R . לכן, A ב- S (כי הוא ב- S או R). כאמור, A מופיע לפחות בשני צמתים בעץ הנוכחי. מכיוון ש- S עלה, נובע מתכונת המופע הרציף שהוא גם ב- R , בסתירה להגדרת מקרה 1.
- מקרה 2: A ב- R . מכיוון שבעץ הנוכחי A מופיע בשני צמתים שונים, נובע שבעץ המקורי A מופיע (לפחות) בשני תתי-עצים שהושרשים שלהם הם ילדים שונים של R_j או בתת עץ של R_j וגם בצומת שאינו צאצא של R_j
- בכל מקרה, נובע מתכונת המופע הרציף ש- A גם ב- R_j , בסתירה להנחה

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 3

12

תרגיל 5 – סיום

- לכן, כל פעולת צירוף היא בין שני יחסים שהגודל של כל אחד מהם הוא לכל היותר m
- וזהו (לכל היותר) גם הגודל של תוצאת הצירוף ביניהם
- לכן, כל פעולת צירוף ניתנת לביצוע בזמן $O(mn)$, כפי שהוסבר בהרצאה 1
- בנוסף צריך לבצע הטלה ולאחריה לבטל כפילויות וגם זה ניתן לביצוע בזמן $O(mn)$
- לפיכך, הזמן הכולל של השלב השלישי הוא $O(kmn)$, כאשר k הוא מספר היחסים בקלט
- שימו לב שמבצעים הטלה וביטול כפילויות גם על היחסים המקוריים, לפני ביצוע פעולת צירוף כלשהי
- צריך להוסיף גם את הזמן של שני השלבים הראשונים, כמו בפתרון תרגיל 7 מהרצאה 2

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מההצאה 3

14

הערה

- לפי תרגיל 1 מהרצאה 1, הגודל של T חסום ע"י m , רק אם אורך רשומה הוא לפחות 2; אחרת, צריך להוסיף פקטור של 2

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מההצאה 3

13

תרגיל 6 - פתרון

- מספיק לבצע את שני השלבים הראשונים ומיד לאחריהם להטיל את היחס R_i על X
- הסבירו מדוע זה נותן את התוצאה הנכונה

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מההצאה 3

16

תרגיל 6

- איך מחשבים בצורה היעילה ביותר את הביטוי מתרגיל 5, במקרה המיוחד שקיים R_i כך ש- $X \subseteq R_i$ (כאשר היחסים חסרי מעגלים)?
- מהו זמן הריצה?

28 מרץ, 2016

פתרון תרגילים מההצאה 3

15