

תרגיל 1

- הוכיחו נכונות של האלגוריתם של פייגין, כלומר הראו שהאלגוריתם מחזיר top-k
- ההוכחה מופיעה בהרצאה 6
- הראו שאין נכונות אם מחזירים את k האובייקטים הטובים ביותר מבין אלה שהתגלו בשלמותם (מבלי להשלים אובייקטים שהתגלו רק באופן חלקי)

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 5

2

פתרון תרגילים מהרצאה 5

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 5

1

תרגיל 2 (נפתר בהרצאה 6)

- הוכיחו נכונות של אלגוריתם הסף
- בפרט, הוכיחו שאם מוחקים את אחת משתי בדיקות העצירה, האלגוריתם נשאר נכון

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 5

4

פתרון החלק השני של תרגיל 1

$$f \equiv B$$

A	B
$(0, 1)$	$(0, 1)$
$(0, 2)$	$(0, 1)$
$(0, 3)$	$(0, 0)$

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 5

3

פתרון תרגיל 3

- תחילה נתייחס רק למספר הגישות האקראיות
- כלומר, נשווה את מספר הגישות האקראיות בין הגרסה של האלגוריתם שיש בה שתי בדיקות עצירה לבין גרסה שיש בה רק אחת
- בכמה מקרים צריך לטפל?

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 5

6

תרגיל 3

- לכל אחת משתי בדיקות העצירה, בכמה גדל לכל היותר מספר הגישות אם מוחקים בדיקה זו?
- סיפרו מספר הגישות מכל סוג, וגם ציינו הסה"כ
- תנו חסם הדוק, כלומר הראו מקרה שבו מספר הגישות אומנם גדל בהתאם לתשובה שנתתם
- לצורך תשובה זו (וגם תשובות אחרות), זכרו את הפרמטרים הבאים:
- n הוא המספר הכולל של האובייקטים
- m הוא מספר האטריבוטים (וגם מספר הרשימות)
- k הוא מספר האובייקטים שצריך להחזיר

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהרצאה 5

5

מקרה 2: בדיקת עצירה רק בסוף הלולאה לעומת שתי בדיקות עצירה

- נסתכל בדוגמה בשקף הבא
- ונניח ש- $1 \leq k \leq m$

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהחורגה 5

8

מקרה 1: בדיקת עצירה רק באמצע הלולאה לעומת שתי בדיקות עצירה

- אם יש בדיקת עצירה רק באמצע הלולאה, אז מספר הגישות האקראיות הוא כמו במצב שיש שתי בדיקות
- כי אם בדיקת העצירה בסוף הלולאה מחזירה **true** אז ברור שבאיטרציה הבאה גם בדיקת העצירה באמצע הלולאה תחזיר **true**
- ובין שתי הבדיקות האלה אין גישות אקראיות

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהחורגה 5

7

ניתוח הדוגמה מהשקף הקודם

- עוצרים באיטרציה השנייה
- בכל אחת משתי האיטרציות מגלים m אובייקטים, כאשר הגישות הסדרתיות מגלות בדיוק אטריבוט בודד של כל אחד מהאובייקטים האלה
- אם יש בדיקת עצירה רק בסוף הלולאה, אז המספר הכולל של גישות אקראיות הוא $2m(m-1)$
- אם יש שתי בדיקות עצירה, אז עוצרים בבדיקה הראשונה (של האיטרציה השנייה) ולכן עושים בסה"כ $(m-1)m$ גישות אקראיות
- כלומר ההפרש הוא $m(m-1)$ וקל להראות שזה גם חסם עליון

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהחורגה 5

10

דוגמה

m אובייקטים, f היא סכימת
 $(\sigma_1, 1) \dots (\sigma_m, 1)$
 $(\sigma_1, 1/2) \dots (\sigma_m, 1/2)$
 כל אחד מהאובייקטים $1/2$
 צריך למצוא k קטן $1 \leq k \leq m$

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהחורגה 5

9

תרגיל 4

- כדי למזער עוד יותר את מספר הגישות הכולל, סטודנט משנה קודמת הציע את השינוי הבא:
- אם תנאי העצירה הראשון בלולאה אינו מתקיים, אז משלימים את האובייקטים (שהתגלו רק באופן חלקי) אחד אחד
- מיד לאחר השלמת כל אובייקט מפעילים את תנאי העצירה
- האם שינוי זה שומר על נכונות אלגוריתם הסף?

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהחורגה 5

12

תרגיל 3 – המשך הפתרון

- עד כה הנחנו שמתקיים $1 \leq k \leq m$
- מה התשובה כאשר $m < k$?
- זכרו שאנו סופרים רק גישות אקראיות ודנים במקרה 2, כלומר בדיקת עצירה רק בסוף הלולאה לעומת שתי בדיקות עצירה
- מה קורה במקרה הכללי כאשר מתייחסים לשני סוגי הגישות?

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהחורגה 5

11

פתרון תרגיל 4 – סיום

- **עובדה 2:** אם אובייקט התגלה לראשונה באיטרציה הנוכחית, אז הניקוד שלו הוא לכל היותר ערך הסף
- לכן, אם הניקוד של אובייקט כזה הוא לפחות ערך הסף, אז נובע שהניקוד שלו הוא לפחות כמו הניקוד של כל אובייקט אחר שהתגלה לראשונה באיטרציה הנוכחית
- משתי העובדות נובע שברגע שתנאי העצירה מתקיים (לאחר השלמת חלק מהאובייקטים שהתגלו באיטרציה הנוכחית), אז אין אובייקט s שהתגלה (לאו דווקא לראשונה) וטרם הושלם כך ש- s טוב יותר מאחד האובייקטים המוחזרים לפי כלל העצירה

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהמרחא 5

14

פתרון תרגיל 4

- לפי הוכחת הנכונות של אלגוריתם הסף, שמופיעה בהרצאה 6, מתקיימות שתי העובדות הבאות
- **עובדה 1:** אם יש אובייקט s שהתגלה מחדש באיטרציה הנוכחית, אז בזיכרון כבר יש (מתחילת האיטרציה) k אובייקטים שלמים שהם טובים לפחות כמוהו
- לכן, האובייקט s אינו ב- $\text{top-}k$

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהמרחא 5

13

פתרון תרגיל 5 – חלק ראשון

- כאשר האלגוריתם של פייגין עוצר מתקיים גם תנאי העצירה של אלגוריתם הסף
- לכן, ברור שהאלגוריתם של פייגין עושה לפחות אותו מספר איטרציות (ולכן לפחות אותו מספר גישות ממוינות) כמו אלגוריתם הסף

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהמרחא 5

16

תרגיל 5

- להראות שהאלגוריתם של פייגין עושה לפחות אותו מספר של גישות ממוינות כמו אלגוריתם הסף
- בכמה לכל היותר גדול מספר הגישות הממוינות של האלגוריתם של פייגין מזה של אלגוריתם הסף?
- תנו חסם הדוק ככל האפשר

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהמרחא 5

15

תרגיל 7

- מהו גודל הזיכרון הפנימי שמצריך
- אלגוריתם הסף
- האלגוריתם של פייגין
- תנו חסמים הדוקים ככל האפשר

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהמרחא 5

18

תרגיל 6

- להראות דוגמה שבא אלגוריתם הסף עושה יותר גישות אקראיות מהאלגוריתם של פייגין
- להראות דוגמה שבה המצב הפוך

11 אפריל, 2016

פתרון תרגילים מהמרחא 5

17

תרגיל 8

- בסוף כל לולאה, אלגוריתם הסף משאיר לכל היותר k אובייקטים וזורק את השאר
- האם יתכן שאלגוריתם הסף מוצא שוב אובייקט שהוא כבר זרק קודם?