

3

Sampling

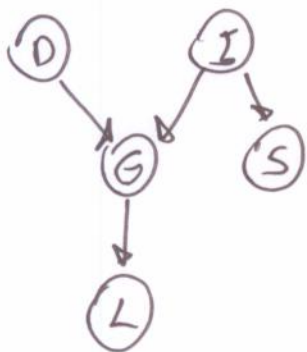
איך נבחר: נקודת התפלגות x זמנית. איך נבחר x זמנית.

מטרה: מהי מטרה?

נתון $x[1], x[2], \dots, x[M]$ מהי המטרה הרבה ביותר

$$\hat{P}_0(x=1) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M 1(x[m]=1) \quad \text{אומדן}$$

$$\hat{E}_0(f) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M f(x[m]) \quad \text{והאופן של ייתר}$$



איך נבחר צימוד מותאם ביטול?

Forward Sampling

For x_1, \dots, x_n topological ordering

sample x_i from $P(x_i | p_{oi})$
return x_1, \dots, x_n

$O(M \cdot n \cdot \max_i |p_{oi}| \cdot \log \max_i |V_{oi}(x_i)|)$: סיבוכיות

\uparrow מספר צימודים
 \uparrow מספר צימודים
 \uparrow גודל המרחב
 \uparrow גודל המרחב

- (1) צימוד M של P לזיכרון
- (2) הרבה מספרים של P לזיכרון
- (3) אופן מותאם.

4

FS with Rejection

$P(x|e)$ תוסף

- (1) מייצגים באמצעות N - $P(x)$
 - (2) בונקים את $P(x)$ תוסף e - $P(x)$
 - (3) מחשבים את $P(x)$ מה שנתנו.
- האם זה נותן את התוצאה הנכונה?

מספר
באמצעות
 $E=e$ / M

$$\frac{M_e}{M} = P(e) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M 1(E[m]=e)$$

באופן זה מספר זוגות:

$$P(x|e) = \frac{P(x,e)}{P(e)} = \frac{\frac{1}{M} \sum 1(x,e)}{M_e/M} = \frac{\sum 1(x,e)}{M_e}$$

- מה התוצאה? (1) אלוהים עוברים זה המצב הנכונה, ולא הנכונה.
- (2) הכי תלוי במרחק בין $P(x)$ - $P(x|e)$ (ספירה ופוטנציאל)

$$P(x) = \sum_e P(e) P(x|e)$$

טני הצדדים קרובים מן $P(x)$ גבוה!

Importance Sampling

$\tilde{P}(x) = \frac{1}{2} P(x)$ מספר התפלגות כללי

בסיסית
כל התוצאות
 $z=1$
בסיסית
אם מספר
רשת
מקובלת

הרעיון: קל לחשב את $\tilde{P}(x)$ קשה יותר ממנו!

$$E_{P(x)} [f(x)] = \int f(x) P(x) dx = \int Q(x) f(x) \frac{P(x)}{Q(x)} dx$$

צריכה להיות $Q(x) > 0 \iff P(x) > 0$

$$= \frac{1}{2} \int Q(x) f(x) \frac{\tilde{P}(x)}{Q(x)} dx = \frac{1}{2} E_{Q(x)} [f(x) w(x)]$$

proposal distribution \uparrow $Q(x)$ - נ
משקל \uparrow $w(x)$
מספר \uparrow $Q(x)$
"תקן" גבוה זה \uparrow $w(x)$
שהתפלגה באותו גובה \uparrow $Q(x)$

5

$w(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ \rightarrow $Z=1$ \therefore מקרה פרט

$\hat{E}_D(f) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M f(x[m]) \frac{P(x[m])}{Q(x[m])}$ \therefore IS
importance weight

Unnormalized IS \therefore IS

... מקרה פרט \therefore IS \rightarrow Z \rightarrow מקרה פרט \therefore IS

Normalized IS

$E_{Q(x)} [w(x)] = E_{Q(x)} \left[\frac{\tilde{P}(x)}{Q(x)} \right] = \int \tilde{P}(x) dx = Z$

$E_{P(x)} [f(x)] = \frac{E_{Q(x)} [f(x) w(x)]}{E_{Q(x)} [w(x)]}$ IS

$\hat{E}_D(f) = \frac{\sum_{m=1}^M f(x[m]) w(x[m])}{\sum_{m=1}^M w(x[m])}$ IS

? האם יש מקרה פרט \rightarrow IS

- Mutilated Network -
- 3/1/0 -
- Backward IS -
- Mean Field -

? האם יש מקרה פרט \rightarrow IS

... מקרה פרט \rightarrow IS \rightarrow מקרה פרט \rightarrow IS

6

Unnormalized IS עבור $\hat{E}[F]$: מטרה

היא לא מוטב

$$E_D[\hat{E}_D(F)] \stackrel{? \text{ מה?}}{=} E_{Q(x)}[f(x)w(x)] = E_{P(x)}[f(x)]$$

$$E_D[\overbrace{\hat{E}_D(F)}^{E_D}] \sim N(0, \frac{\sigma_Q^2}{M}) \quad \text{רק להקטין את}$$

כאשר Q היא צפיפות היסטורית ו- P היא צפיפות היסטורית.
היחס בין P ו- Q קבוע היסטורית ו- P היסטורית.
 $Q(x) \propto |f(x)| P(x)$ [אם היסטוריות ניתן להשתמש בהן]

Normalised IS עבור $\hat{E}[F]$: מטרה

$$\frac{f(x[i])w(x[i])}{w(x[i])} = f(x[i])$$

$$E_{Q(x)}[f(x)] \quad \text{רקן התוצאות הישיר}$$

Unnormalized IS עבור $E_Q[f(x[i])w(x[i])] = E_{P(x)}[f(x)]$: מטרה

טובה מאוד בלבד - הטיה יורדת מ- $1/M$
- השונות יורדת מ- $1/M$